OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Rm. Vâlcea, 1 - 6 februarie 2009

Proba de Laborator

2 februarie 2009

XI

Lucrarea B

Determinarea constantei de elasticitate a unui resort

Materiale la dispoziție (fig. 1)

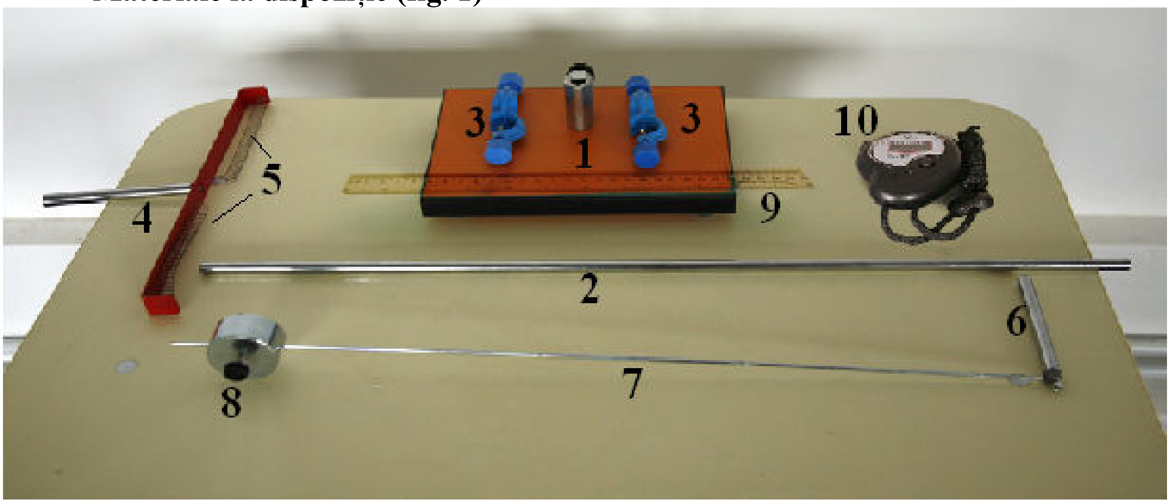


Fig. 1

1) suport cu mufă;
2) tijă $\Phi = 10\,\text{mm}$ $L = 600$ mm;
3) mufe universale – 2 bucăți;
4) cadru pentru resorturi;
5) resorturi elastice identice foarte ușoare – 2 bucăți;
6) tijă suport;
7) tijă subțire, foarte ușoară;
8) corp cu şurub, având masa $m = 295$ g;
9) riglă gradată;
10) cronometru.

Cerință

Să se determine constanta de elasticitate a fiecărui resort.

Se cunoaşte acceleraţia gravitaţională, $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$. Se neglijează frecările în procesele dinamice considerate.

ANEXĂ

Oscilatorul armonic

Dacă α este deviaţia unghiulară instantanee, foarte mică a unui pendul, iar $\Delta\alpha$ este variaţia acestei deviaţii unghiulare în intervalul de timp foarte mic Δt, atunci, ecuaţia oscilaţiilor armonice ale pendulului este:

$$\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}\right) + \omega^2\alpha = 0,$$

unde ω este pulsaţia oscilaţiilor armonice;

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

unde T este perioada oscilaţiilor armonice.

Se ştie că:

$$\frac{\Delta\left(\alpha^2\right)}{\Delta t} \approx 2\alpha\frac{\Delta\alpha}{\Delta t};$$

$$\frac{\Delta}{\Delta t}\left[\left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}\right)^2\right] \approx 2\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}\right).$$

Ecuaţia diferenţială a oscilaţiilor armonice efectuate de un pendul este de forma:

$$\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2\alpha = 0;\ \alpha'' + \omega^2\alpha = 0,$$

unde α este deviaţia unghiulară instantanee, foarte mică, a oscilatorului, iar ω este pulsaţia oscilaţiilor armonice.

Lucrare propusă de prof. dr. Mihail Sandu
G.Ş.E.A.S. Călimăneşti

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Rm. Vâlcea, 1 - 6 februarie 2009

Proba de Laborator

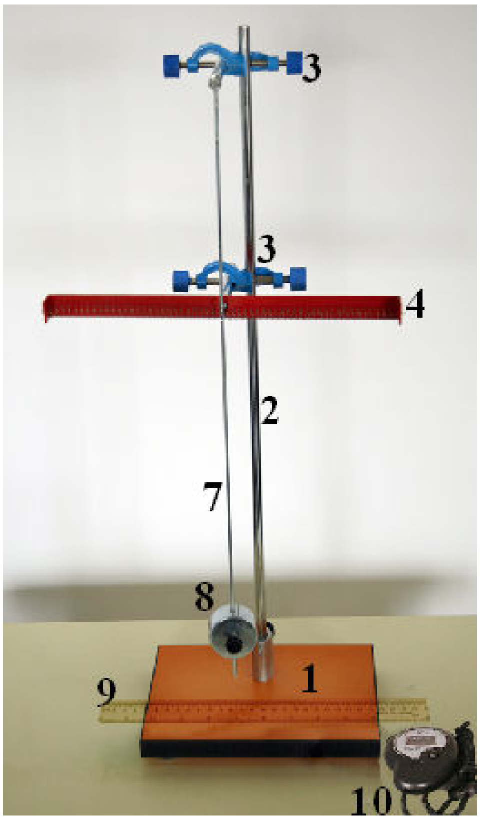
XI

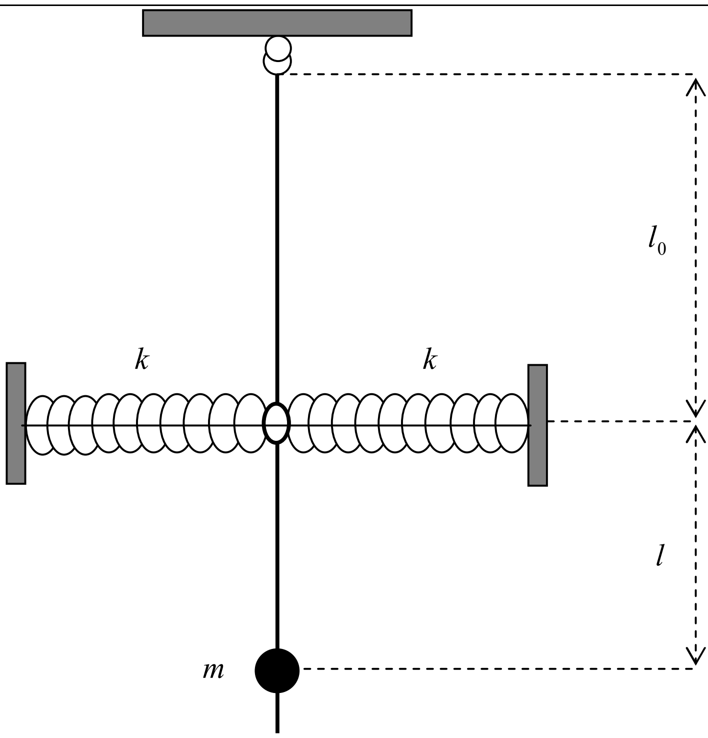
2 februarie 2009

Lucrarea B

Determinarea constantei de elasticitate a unui resort

Barem de notare

Lucrarea B	**Parțial**	**Punctaj**
B. Barem de notare - Lucrarea B		**10**
1) Se realizează montajul din figura 1, reprezentat schematic în figura 2  **Fig. 1**		

 **Fig. 2**		
2) Pentru o deviație unghiulară mică, α, corespunzător căreia cele două resorturi s-au deformat, unul prin comprimare şi celălalt prin întindere, ambele rămânând însă orizontale, aşa cum indică figura 3, rezultă: $$y = l_0 \sin\alpha \approx l_0\alpha;$$ $$E_{\text{potentiala de deformatie}} = 2\frac{ky^2}{2} = ky^2 = kl_0^2\alpha^2 = E_{\text{pd}}.$$ Am considerat că, atunci când pendulul este în poziția de echilibru, cele două resorturi sunt nedeformate, astfel încât, în timpul oscilațiilor pendulului, unul dintre resorturi este deformat prin întindere, iar al doilea este deformat prin comprimare, cu cantități identice. Corespunzător aceleiaşi poziții, energia potențială gravitațională a sistemului este: $$E_{\text{potentiala gravitationala}} = mgh = mg\left[(l_0 + l) - (l_0 + l)\cos\alpha\right];$$ $$E_{\text{pg}} = mg(l_0 + l)(1 - \cos\alpha) = 2mg(l_0 + l)\sin^2\frac{\alpha}{2};$$ $$E_{\text{pg}} \approx mg(l_0 + l)\frac{\alpha^2}{2}.$$ În aceste condiții, energia potențială totală a sistemului este: $$E_{\text{p}} = \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 + l)}{2}\right]\alpha^2.$$ De asemenea, energia cinetică a pendulului, în starea considerată, este:		

$$E_c = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} = \frac{m(l_0 + l)^2 \Omega^2}{2},$$

unde Ω este viteza unghiulară instantanee a corpului de pe tija pendulului, în mişcarea sa circulară;

$$\Omega = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \alpha';$$

$$E_c = \frac{m(l_0 + l)^2}{2}(\alpha')^2.$$

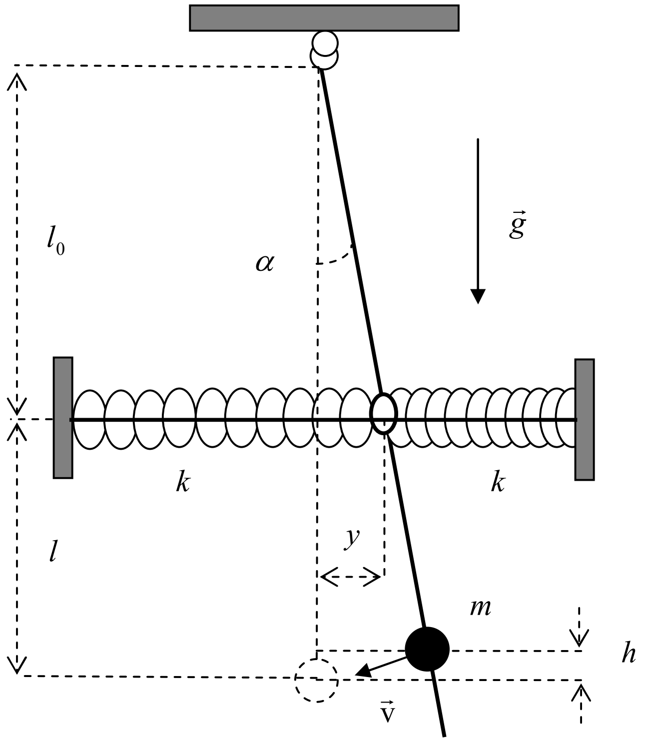


Fig. 3

Admițând că oscilațiile sunt neamortizate, energia totală a sistemului este constantă în timpul oscilațiilor:

$$E = E_c + E_p = \text{constant};$$

$$E = \frac{m(l_0 + l)^2}{2}(\alpha')^2 + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 + l)}{2}\right]\alpha^2 = \text{constant}.$$

Să admitem acum că, atunci când pendulul este în poziția de echilibru, cele două resorturi sunt deja deformate prin întindere, cu cantități identice, y_0, astfel încât, în timpul oscilațiilor pendulului, unul dintre resorturi îşi măreşte deformarea prin întindere, iar al doilea resort îşi micşorează deformarea prin întindere, cu cantități identice, y, foarte mici.

În aceste condiții energia potențială de deformare a sistemului este:

$$E_{\text{pd}} = \frac{k(y_0 + y)^2}{2} + \frac{k(y_0 - y)^2}{2};$$ $$E_{\text{pd}} = ky_0^2 + ky^2 = ky_0^2 + kl_0^2\alpha^2,$$ astfel încât energia potențială totală a sistemului, este: $$E_{\text{p}} = ky_0^2 + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 + l)}{2}\right]\alpha^2,$$ iar energia totală a sistemului este: $$E = E_{\text{c}} + E_{\text{p}} = \text{constant};$$ $$E = \frac{m(l_0 + l)^2}{2}(\alpha')^2 + ky_0^2 + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 + l)}{2}\right]\alpha^2 = \text{constant},$$ unde kl_0^2 este o combinație constantă. Indiferent de varianta pe care o analizăm, rezultă: $$\frac{\text{d}E}{\text{d}t} = 0;\ \frac{\text{d}}{\text{d}t}\left(E_{\text{c}} + E_{\text{p}}\right) = 0;$$ $$\frac{m(l_0 + l)^2}{2}2\alpha'\alpha'' + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2}\right]2\alpha\alpha' = 0;$$ $$\frac{m(l_0 + l)^2}{2}\alpha'' + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2}\right]\alpha = 0;$$ $$\alpha'' + \frac{2}{m(l_0 + l)^2}\left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2}\right]\alpha = 0,$$ adică o ecuație de forma: $$\alpha'' + \omega^2\alpha = 0;$$ $$\omega^2 = \frac{2}{m(l_0 + l)^2}\left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2}\right],$$ ceea ce dovedește că oscilațiile mici ale pendulului sunt oscilații armonice, a căror perioadă este dată de expresia: $$\omega = \frac{2\pi}{T};$$ $$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{2}{m(l_0 + l)^2}\left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2}\right];$$ $$T^2 = \frac{4\pi^2 m(l_0 + l)^2}{2kl_0^2 + mg(l_0 - l)};$$ $$T = 2\pi(l_0 + l)\sqrt{\frac{m}{2kl_0^2 + mg(l_0 - l)}},$$ din care rezultă constanta de elasticitate a fiecărui resort; $$k = \frac{1}{2l_0^2}\left[\frac{4\pi^2(l_0 + l)^2 m}{T^2} - mg(l_0 - l)\right].$$		

3) Pentru diferite valori ale lui l, se determină perioada oscilațiilor pendulului, folosind cronometrul:

$$T = \frac{t}{n},$$

unde t este durata a n oscilații complete.

4) Se completează tabelul următor ($l_0 = 0{,}2\ \text{m}; m = 295\ \text{g}$).

Nr. det.	l (m)	t (s)	n (număr)	T (s)	k (N/m)	k_m (N/m)
1	0,1	18,9	30	0,63	22,17	21,84
2	0,2	23,9	30	0,8	21,93	
3	0,3	28,7	30	0,96	21,42	

Oficiu		**1,00**